

J'apprends les maths

Fiches
à comparer

Je compte,
tu compares
de 5 à 7



MS-GS

Rémi
Brissiaud

Guide
pédagogique

Sommaire

- Page 2** Le contenu de la pochette
L'organisation des fiches
- Page 3** Dénombrer :
comptage-dénombrement,
subitizing et décompositions
- Page 4** Accéder aux décompositions
d'un nombre grâce à la comparaison
- Page 5** Les décompositions de 5 :
les trois étapes de la progression
- Page 7** Les décompositions de 6 (puis de 7) :
les deux étapes de la progression
- Page 7** Les fiches que l'on utilise : comment
formuler la question et tracer les liens, etc.

Le contenu de la pochette

- Un **guide pédagogique**.
- **29 « fiches situations »** recto verso dont la face recto permet l'écriture avec un feutre effaçable pour tableau blanc (type Veleda) réparties de la manière suivante :
 - 10 fiches « écureuils-noisettes » : (5,2)* ; (5,3) ; (5,4) ; (5,5) ; (6,3) ; (6,4) ; (6,5) ; (7,4) ; (7,5) ; (7,6).
 - 10 fiches « personnes-parapluies » : (5,2) ; (5,3) ; (5,4) ; (6,3) ; (6,4) ; (6,5) ; (6,6) ; (7,4) ; (7,5) ; (7,6).
 - 9 fiches « bols-cuillères » : (5,2) ; (5,3) ; (5,4) ; (6,3) ; (6,4) ; (6,5) ; (7,4) ; (7,5) ; (7,6).
- **3 « fiches nombres »** correspondant à chacun des trois contextes précédents et permettant d'écrire en chiffres le nombre d'écureuils et de noisettes, de personnes et de parapluies ou de bols et de cuillères, respectivement. Attention : le feutre effaçable nécessaire n'est pas fourni**.

L'organisation des fiches

Sur leur recto, les différentes fiches proposent trois contextes de comparaison (écureuils-noisettes, personnes-parapluies ou bols-cuillères). Chacun de ces contextes évoque une correspondance terme à terme naturelle : chaque écureuil veut manger une noisette, chaque personne veut prendre un parapluie et on veut mettre une cuillère dans chaque bol, ce

qu'indique le verso de la fiche. Quand les nombres diffèrent, la collection du haut de la fiche est toujours la plus nombreuse : les cas proposés sont ceux dans lesquels soit il manquera des noisettes (des parapluies ou des cuillères), soit les nombres seront égaux. En cas d'inégalité, la différence entre les deux collections est soit de 1, de 2 ou 3 unités.



* Dans le contexte « écureuils-noisettes », (5,2) signifie qu'il y a 5 écureuils en haut et 2 noisettes en bas de la fiche.

** Conseil pratique : de façon générale, le feutre effaçable est facile à ôter tout de suite après l'activité ; il l'est moins lorsqu'on l'a laissé sécher longtemps. Un moyen de l'effacer facilement est de repasser sur les traits avec le feutre effaçable lui-même car son encre contient le dissolvant nécessaire.

Dénombrer : comptage-dénombrement, subitizing et décompositions

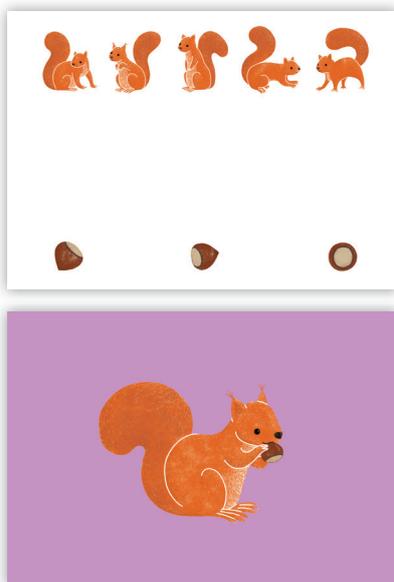
La différence entre le comptage-dénombrement et le comptage-numérotage

Dans le programme de maternelle de 2015, on lit que : « *Les activités de dénombrement doivent éviter le comptage-numérotage et faire apparaître, lors de l'énumération de la collection, que chacun des noms de nombres désigne la quantité qui vient d'être formée.* » Supposons par exemple qu'un enfant doive mettre 6 cubes dans une boîte vide en les prélevant d'un tas de cubes mis à sa disposition. Il est recommandé qu'il dise « un » quand un cube a été effectivement mis dans la boîte et non au moment où un premier cube est prélevé dans le tas ; qu'il dise « deux » quand deux cubes sont effectivement dans la boîte et non au moment où un deuxième cube est prélevé dans le tas ; qu'il dise « trois » quand trois cubes sont effectivement dans la boîte et non au moment où un troisième cube est prélevé, etc. Une façon de s'exprimer encore plus explicite consiste évidemment à dire : « **Un cube ; et-encore-un, deux cubes ; et-encore-un, trois cubes...** »

L'École ne doit pas favoriser la correspondance un mot – un objet : « le un ; le deux ; le trois... » Il faut éviter d'enseigner le comptage-numérotage.

Apprendre le comptage-dénombrement en faisant successivement apparaître les différentes unités

Considérons la situation qui est figurée dans la fiche situation ci-dessous : son recto montre un certain nombre d'écureuils et un nombre moindre de noisettes. Les écureuils veulent manger une noisette mais il n'y a pas assez de noisettes.

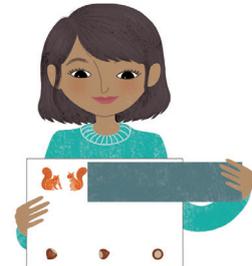


Dans le cas des fiches situations de notre collection, les unités des collections ne sont pas déplaçables ; une question se pose donc : comme cela est recommandé dans le programme de maternelle, comment faire pour que, lors de l'énumération des unités d'une collection,

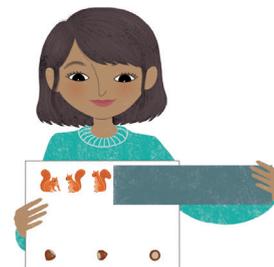
chacun des noms de nombres prononcés apparaisse comme désignant la quantité qui vient d'être formée ? Il suffit que l'enseignant, lorsqu'il compte, commence par *masquer toutes les unités avant de les montrer l'une après l'autre*, en prononçant chacun des noms de nombres de sorte qu'il désigne la quantité des unités visibles. Il dit par exemple :



« Un écureuil... »



et-encore-un :
deux écureuils



et-encore-un :
trois écureuils



et-encore-un :
quatre écureuils



et-encore-un :
cinq écureuils. »

Jusqu'à 3 compris, du fait du subitizing, il n'est pas opportun de compter

Lorsqu'une collection contient 3 unités ou moins, comme dans le cas des noisettes sur la fiche situation précédente, il n'est pas souhaitable de les compter : mieux vaut dire directement qu'il y a « 3 noisettes » et, lorsqu'il s'agit de justifier cette affirmation, de dire qu'il y en a « une, une et encore une ». En effet, avec de très petites collections comme celle-ci, on a la capacité de prendre en compte les 3 unités en un seul focus de l'attention ; il n'est pas nécessaire de considérer ces unités l'une après l'autre : c'est ce phénomène qu'on appelle le « subitizing », mot anglais que l'on peut traduire par « aperception subite ». En fait, le subitizing permet d'analyser une collection de 3 unités non seulement

sous la forme « un, un et encore un », mais aussi sous la forme « deux et encore un » du fait que, toujours grâce au subitizing, la collection de deux unités peut être traitée comme UNE grande unité de deux unités simples. Ainsi, le subitizing donne accès aux décompositions des nombres jusqu'à 3. Notre collection de « Fiches à comparer » permet de consolider l'appropriation des décompositions des trois premiers nombres lorsque l'enseignant est attentif à ne pas dénombrer unité par unité les collections de 2 ou de 3 unités. La rencontre avec de telles collections se produit dans les deux circonstances suivantes : 1) lorsqu'il s'agit de l'une des collections présentes en bas de la fiche (noisettes, parapluies, cuillères) ; ou 2) lorsqu'il s'agit d'exprimer combien d'écureuils (de personnes, de bols) n'auront pas de noisette (de parapluie, de cuillère).

L'objectif de toute pédagogie des nombres en maternelle : l'appropriation de leurs décompositions

Dans le programme de maternelle 2015, l'un des principaux objectifs de fin de cycle est de savoir « quantifier des collections jusqu'à dix au moins ; les composer et les décomposer par manipulations effectives puis mentales. Dire combien il faut ajouter ou enlever pour obtenir des quantités ne dépassant pas dix. » Avec un outil pédagogique tel que les « Fiches à comparer », les élèves vont pouvoir apprendre, par exemple, que lorsqu'il y a 5 écureuils et 3 noisettes, 2 écureuils ne pourront pas manger de noisettes parce que « 5 écureuils, c'est 3 écureuils et encore 2 écureuils » ; ils vont progressivement s'approprier les décompositions des nombres jusqu'à 5.

Accéder aux décompositions d'un nombre grâce à la comparaison

Toutes les fiches situations proposent des problèmes de comparaison, mais la progressivité n'est pas la même lorsque la collection la plus nombreuse a 5 unités ou lorsqu'elle en a 6 ou 7 (il est recommandé d'étudier les décompositions des nombres 5, 6 et 7 dans l'ordre). De plus, pour chacun de ces nombres, une progression en plusieurs étapes est présentée à partir de la section suivante : dans les premières étapes, les enfants voient la fiche situation, alors que dans la dernière, ils ne la voient plus : c'est l'enseignant qui la leur décrit.

Avant de décrire chacune de ces progressivités, commençons par présenter ce qui leur est commun quelle que soit la taille du nombre et quel que soit le moment de l'étude de ce nombre.

Toujours commencer par dénombrer les entités du bas de la fiche, puis celles du haut de la fiche

On commencera toujours par s'interroger sur le nombre d'entités figurant **en bas de la fiche** (noisettes, parapluies ou cuillères) et par écrire ce nombre sur la fiche nombre correspondante à l'aide d'un feutre effaçable (type Veleda). Selon la taille de la collection, le nombre est donné directement (subitizing) ou il est obtenu grâce à un comptage-dénombrement. Dans l'exemple de 5 écureuils et 3 noisettes, le nombre de noisettes est donné directement. L'activité se poursuivra toujours en trouvant le nombre d'entités situées **en haut de la fiche** (écureuils, personnes ou bols) et en écrivant ce nombre sur la fiche nombre.



1) On dénombre les objets du bas.



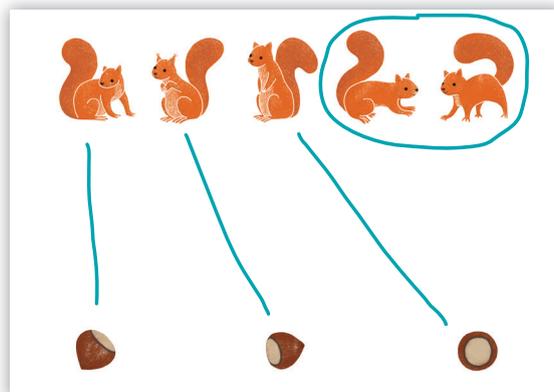
2) On dénombre les objets du haut.

Combien d'écureuils n'auront pas de noisette ?

Dans tous les cas, que les enfants voient ou non la fiche situation, l'enseignant est conduit à demander aux enfants combien d'écureuils n'auront pas de noisette alors qu'ils savent qu'il y a 5 écureuils et 3 noisettes et que ces nombres sont écrits sur la fiche nombre.

L'objectif : découvrir que « 5 écureuils, c'est 3 écureuils, comme les noisettes, et encore 2 écureuils »

Dans tous les cas, l'activité se termine alors que les enfants voient la fiche situation sur laquelle : 1) On a relié les écureuils à leur noisette ; et 2) On a entouré les écureuils qui n'auront pas de noisette. Et l'enseignant explicite ce qui vient d'être découvert : « 5 écureuils (son doigt parcourt la collection correspondante), c'est 3 écureuils (idem), comme les noisettes, et encore 2 écureuils (idem). » Il conclut en s'exprimant de façon plus générale, sans dire les unités : « 5, c'est 3 et encore 2. »



Ainsi, en utilisant les « Fiches à comparer » à l'école maternelle, on vise à ce que la résolution de problèmes de comparaison permette aux enfants d'accéder aux décompositions des nombres 5, 6 et 7.

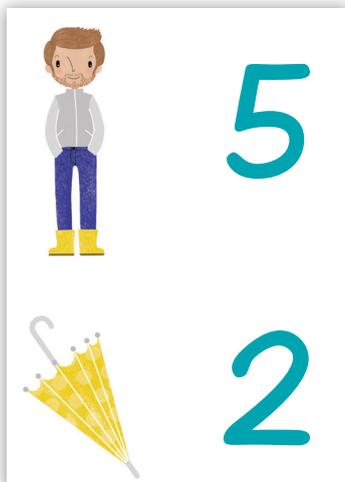
Les décompositions du nombre 5 : les trois étapes de la progression

Au sein d'un même niveau (MS ou GS), la progression s'effectue par étapes.

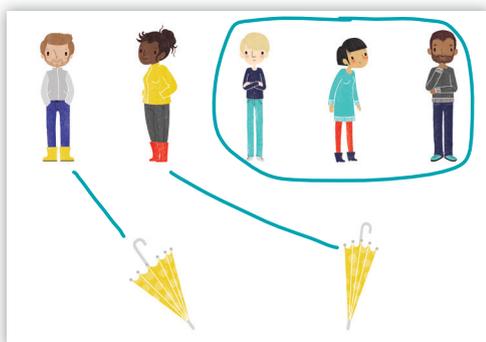
Étape 1

Comparer les deux quantités par correspondance terme à terme, en traçant des liens

Une fiche situation et sa fiche nombre sont choisies. L'enseignant remplit la fiche nombre avec les élèves (soit il écrit directement le résultat, soit il procède à un comptage-dénombrement avec un cache comme cela a été montré p. 3). Il donne ensuite à un élève la fiche situation et un feutre effaçable. Pour répondre à la question « Combien de personnes n'auront pas de parapluie ? », l'élève relie chaque personne à un parapluie avant d'entourer les personnes qui n'auront pas de parapluie.



« Combien de personnes n'auront pas de parapluie ? »



Quand la correspondance terme à terme est terminée et la différence entourée, l'enseignant conclut : « 5 personnes (son doigt parcourt la collection correspondante), c'est 2 personnes (idem), comme les parapluies, et encore 3 personnes (idem). » Puis, sans dire les unités : « 5, c'est 2 et encore 3. »

Étape 2

La correspondance terme à terme s'effectue avec les yeux

Une fiche situation et sa fiche nombre sont choisies. L'enseignant remplit la fiche nombre avec les élèves (soit il écrit directement le résultat, soit il procède à un comptage-dénombrement avec un masque comme cela a été montré p. 3). Afin de déterminer la différence entre les deux quantités, les élèves sont invités à ne plus tracer les liens mais à imaginer qu'ils le font. C'est ce qu'on a appelé « la correspondance terme à terme avec les yeux ».



« Combien de bols n'auront pas de cuillère ? »



Le tracé effectif des liens intervient dans un second temps seulement, pour vérifier l'anticipation qui a été faite. Quand la correspondance terme à terme est terminée et la différence entourée, l'enseignant conclut : « 5 bols (son doigt parcourt la collection correspondante), c'est 4 bols (idem), comme les cuillères, et encore 1 bol (idem). » Puis, sans dire les unités : « 5, c'est 4 et encore 1. »

Étape 3

Écouter et interpréter le comptage-dénombrement de la collection la plus nombreuse

Enfin, les élèves sont invités à résoudre le problème alors qu'ils ne voient plus du tout les deux collections parce que l'enseignant tient la fiche de sorte qu'ils n'en voient que le verso.

- Il commence par dire et écrire le nombre d'objets en bas de la fiche situation :
« En haut, il y a des écureuils. En bas, il y a des noisettes. Je commence par écrire le nombre de noisettes. Il y a 3 noisettes: une, une et encore une. Je l'écris sur la fiche. »



- Puis l'enseignant rappelle le nombre de noisettes (nous allons voir qu'il est crucial que les enfants ne l'oublient pas) et il se met à compter les écureuils en déplaçant un cache de sorte que les enfants puissent imaginer qu'il voit les quantités successivement formées par l'ajout d'une nouvelle unité.



« Un écureuil... »



et-encore-un :
deux écureuils



et-encore-un :
trois écureuils



et-encore-un :
quatre écureuils



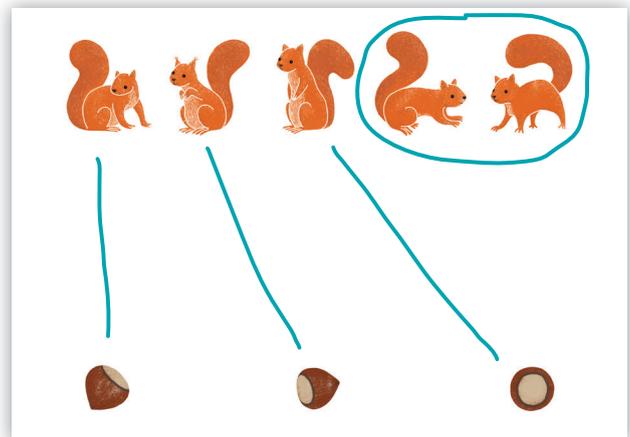
et-encore-un :
cinq écureuils. »



L'enseignant écrit ce nombre sur la fiche nombre et il pose la question : « Il y a 5 écureuils et 3 noisettes. Combien d'écureuils n'auront pas de noisette ? » À ce moment, **il est important que l'enseignant compte une deuxième fois** les écureuils, en déplaçant un cache comme il vient de le faire, mais en demandant aux enfants de bien l'écouter et de **bien se rappeler** qu'il y a 3 noisettes. En effet, pour trouver la réponse, il faut que les enfants détectent le moment où, au cours de ce comptage, le nombre d'écureuils est égal à celui des noisettes et qu'ils cherchent combien d'écureuils sont comptés ensuite : après « 3 écureuils », l'enseignant a dit deux fois « et-encore-un », il a donc vu apparaître deux écureuils de plus. Ces deux écureuils n'auront pas de noisette.

On comprend mieux pourquoi cette activité s'appelle « Je compte, tu compares » : le « Je » évoqué dans le titre est l'enseignant et le « tu » est l'élève, parce qu'en interprétant le comptage-dénombrer de l'enseignant, l'enfant devient capable de comparer les quantités alors qu'il ne les voit pas.

La vérification se fait en retournant la fiche, en traçant les liens et en formulant la décomposition de manière contextualisée puis générale :



« 5 écureuils, c'est 3 écureuils, comme les noisettes,
et encore 2 écureuils. »
« 5, c'est 3 et encore 2. »

Afin d'aider les élèves à progresser, il convient d'attirer leur attention sur l'importance de bien écouter pour repérer le moment où le nombre d'écureuils devient égal au nombre de noisettes. Cela peut se faire en recomptant les écureuils côté recto, alors que les traits sont tracés, et en insistant sur le fait que : 1) lorsqu'on dit « trois écureuils », c'est « comme les noisettes »; et 2) après avoir dit « trois écureuils », on a besoin de dire deux fois « et-encore-un ».

Les décompositions de 6 (puis de 7) : les deux ou trois étapes de la progression

Avec ces nombres, la correspondance avec les yeux (deuxième étape) est parfois trop difficile

Considérons la fiche-situation sur laquelle il y a 7 bols et 6 cuillères et celle qui contient 7 bols et 4 cuillères.

Même pour un adulte, le contrôle de la correspondance terme à terme avec les yeux seulement est difficile avec la première fiche. En revanche, il ne pose guère de problème avec la seconde. De manière générale, cette activité ne devra être proposée que lorsque la collection du bas de la fiche contient 4 unités au maximum.

Connaissances préalables à l'utilisation des fiches contenant 6 unités (respectivement 7 unités)

Les enfants doivent avoir déjà rencontré l'écriture chiffrée du nombre 6 (puis du nombre 7) dans un contexte où ce chiffre désigne réellement un nombre (« 6, c'est 5 et encore 1 », puis : « 7, c'est 5 et encore 2, c'est 6 et encore 1 ») et non un numéro. C'est le cas, par exemple, lorsque les élèves ont mené les activités qui sont proposées dans les différents albums à calculer d'abord jusqu'à 6, puis jusqu'à 7.

Les fiches que l'on utilise Comment formuler la question et tracer les liens, etc.

Les fiches que l'on utilise

Les enfants comprennent les 5 premiers nombres dans l'ordre. Ainsi, considérons la tâche « Donne-moi N jetons ». On n'a jamais vu un enfant savoir donner 4 jetons sans qu'il ait préalablement appris à donner 2 et 3 jetons. Quant à la tâche « Donne-moi 5 jetons », elle est réussie de manière plus tardive encore. Il en est de même de la connaissance de l'itération de l'unité : les enfants savent que « 4, c'est 3 et encore 1 » avant de savoir que « 5, c'est 4 et encore 1 ».

Rappelons qu'il existe une version de « Je compte, tu compares » qui permet de travailler les décompositions des nombres 3, 4 et 5. Si cet outil n'a pas été utilisé auparavant, l'enseignant de MS et, surtout, de GS pourra commencer par utiliser cette version : il est plus facile de construire la connaissance des nombres 6 et 7 sur une bonne connaissance des nombres 3, 4 et 5.

Au-delà de 5, il n'est plus nécessaire de travailler les nombres dans l'ordre et l'un après l'autre : il est en effet possible de travailler d'emblée avec les nombres 6, 7, 8, 9 et 10 en définissant 6 comme « 5 et encore 1 », 7 comme « 5 et encore 2 », 8 comme « 5 et encore 3 », etc. Cependant, s'il n'est pas absolument nécessaire d'étudier les décompositions du nombre 7 après une bonne appropriation de celles du nombre 6, cela constitue l'option pédagogique la plus simple et nous la recommandons. Auquel cas le travail avec les Fiches à comparer s'effectue en trois phases : 1°) utilisation des fiches contenant jusqu'à 5 écureuils, personnes ou bols ; 2°) utilisation des fiches contenant jusqu'à 6 écureuils, personnes ou bols, les fiches utilisées lors de la 1^{re} phase étant mélangées à celles-ci ; 3°) plus tard encore, introduction des fiches contenant jusqu'à 7 écureuils, personnes ou bols, ce qui conduit à utiliser l'ensemble des fiches.

Comment formuler la question

Lors de la première rencontre avec les fiches, les élèves commencent par décrire cette situation avec les mots qui sont les leurs, puis l'enseignant reformule correctement le fait qu'en cas d'inégalité, des écureuils n'auront pas de noisettes. Souvent, au cours de cette phase d'exploration, les enfants relient d'eux-mêmes un écureuil à une noisette avec le doigt. La consigne est donnée : avec un feutre effaçable, relier les écureuils à une noisette et entourer ceux qui n'en auront pas.

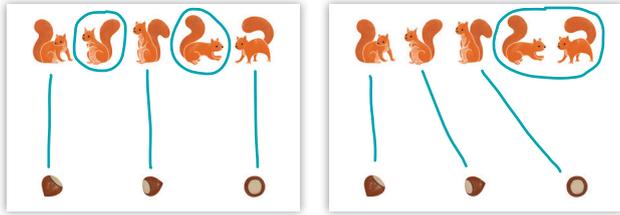
Remarquons que de façon générale, les jeunes enfants comprennent plus facilement une phrase qui ne contient pas de négation. Or, formulée ainsi : « Combien d'écureuils n'auront pas de noisettes ? », la question fait usage d'une négation. Il est évidemment possible de la formuler sans négation : « Combien d'écureuils continueront à avoir faim ? », par exemple. En fait, il est souhaitable de formuler la question des deux manières possibles, afin que les enfants s'approprient progressivement la première formulation, celle qui utilise une négation. Cette première formulation décrit en effet la situation de manière plus générale, c'est celle qui varie le moins d'une situation à l'autre : « Combien d'écureuils n'auront pas de noisettes ? » (vs « Combien d'écureuils continueront à avoir faim ? ») ; « Combien de personnes n'auront pas de parapluie ? » (vs « Combien de personnes vont se faire mouiller ? ») ; « Combien de bols n'auront pas de cuillères ? » (vs « Combien de bols vont rester vides ? »).

Privilégier la façon de tracer des liens qui progresse de la gauche vers la droite

Lors de la 1^{re} étape, les enfants sont évidemment susceptibles de tracer les liens de différentes manières et, donc, d'entourer les unités restantes en plusieurs fois

comme cela est fait à gauche ci-dessous. L'enseignant dira aux élèves qu'il est effectivement possible de faire ainsi et que, d'ailleurs, on voit bien également que 2 écureuils n'auront pas de chaise. Pour autant, il leur recommandera de tracer les liens en progressant de la gauche vers la droite, comme cela est fait ci-dessous à droite.

Cette dernière façon de tracer les liens est privilégiée parce que c'est celle qui permettra le mieux de comprendre ce que fait l'enseignant lorsqu'il dénombre les unités du haut de la fiche alors que les élèves n'en voient que le verso.



Rappeler le nombre de noisettes (parapluies...) avant de compter-dénombrer les écureuils (personnes...)

Lors de la 3^e étape, pour trouver la réponse, il faut que les enfants détectent le moment où, au cours de ce comptage-dénombrement, le nombre d'écureuils (per-

sonnes, bols) est égal à celui des noisettes (parapluies, cuillères) et qu'ils cherchent combien d'unités sont comptées ensuite. L'une des causes d'échec possible est évidemment que les enfants ne détectent pas le moment de l'égalité parce qu'ils ont oublié combien il y a de noisettes (parapluies, cuillères). C'est la raison pour laquelle ce nombre est d'emblée écrit sur la fiche-nombre, ce qui limite le risque d'oubli. Pour autant, il est important de rappeler ce nombre juste avant de procéder au comptage-dénombrement des unités du haut de la fiche.

Souligner que pour comparer, il est crucial de détecter le moment où il y a égalité

Nous avons indiqué qu'en fin de 3^e étape, il est important que l'enseignant recompte les unités en haut de la fiche alors que les liens de la correspondance terme à terme ont été tracés et la différence entourée. L'épisode correspondant s'adresse aux enfants qui ont échoué et il peut commencer par « Si vous m'aviez bien écouté... ». Et lors du comptage-dénombrement, l'enseignant accentue par l'intonation le moment où il dit « 3 écureuils, comme les noisettes » ainsi que chacune des occurrences de « et-encore-un » parce qu'elles donnent la solution.

Direction éditoriale : Sylvie Cuchin

Édition : Céline Lorcher

Illustrations : Coline Citron

Correction : Gérard Tassi

Maquette et mise en page : Anne-Danielle Naname - Laure Gros

N° de projet : 10211878

Dépôt légal : mai 2015

Achevé d'imprimer à Singapour en mars 2015 chez Tien Wah Press

© Éditions Retz, 2015

ISBN : 978-2-7256-3381-7