

# STRATÉGIES

NIVEAU

3

# RÉSOLUTION DE **PROBLÈMES** mathématiques

Kevin Gueguen

**RETZ**

[editions-retz.com](http://editions-retz.com)

	<b>PROBLÈMES ADDITIFS</b>	<b>PROBLÈMES MULTIPLICATIFS</b>
<b>CHAPITRE 1</b>	Compositions d'états  Transformations d'états  Comparaisons d'états  Compositions de transformations	Produit cartésien  Comparaisons multiplicatives  Configuration rectangulaire  Proportionnalité
<b>CHAPITRE 2</b>		
<b>CHAPITRE 3</b>		
<b>CHAPITRE 4</b>		
<b>CHAPITRE 5</b>		
<b>CHAPITRE 6</b>		
<b>CHAPITRE 7</b>		
<b>CHAPITRE 8</b>		
<b>CHAPITRE 9</b>	Compositions d'états  Transformations d'états  Comparaisons d'états  Compositions de transformations	Produit cartésien  Comparaisons multiplicatives  Configuration rectangulaire  Proportionnalité  Proportionnalité composée
<b>CHAPITRE 10</b>		
<b>CHAPITRE 11</b>		
<b>CHAPITRE 12</b>		
<b>CHAPITRE 13</b>		
<b>CHAPITRE 14</b>		
<b>CHAPITRE 15</b>		
<b>CHAPITRE 16</b>		
<b>CHAPITRE 17</b>		



Cet ouvrage suit l'orthographe recommandée par les rectifications de 1990 et les programmes scolaires.

Voir le site

<http://www.orthographe-recommandee.info> et son miniguide d'information.

Direction éditoriale : Céline Lorcher  
Édition : Gabrielle Merizzi  
Illustration de la couverture :  
Mélanie Roubineau  
Correction : Florian Berrouet  
Maquette : Marylène Lhenri  
Mise en page : STDI

N° de projet : 10248190  
Dépôt légal : mars 2019  
Achevé d'imprimer en France en mars 2019 sur les presses de Chirat.  
© Éditions Retz 2019  
ISBN : 978-2-7256-3733-4

# PRÉSENTATION

Les programmes réaffirment régulièrement ce que chaque enseignant perçoit au quotidien : « *La résolution de problèmes est au centre de l'activité mathématique des élèves.* » Cela afin qu'ils développent leurs capacités à chercher, raisonner et communiquer. De fait, la résolution de problèmes arithmétiques permet aux enseignants d'avoir une vision globale de la maîtrise des connaissances de leurs élèves dans tous les domaines des mathématiques, mais également dans celui du langage parlé et écrit.

## **UNE ACTIVITÉ COMPLEXE POUR LES ÉLÈVES ET LES ENSEIGNANTS**

Cette activité complexe, qui voit s'entrelacer de multiples compétences mathématiques et langagières, qui demande le développement de stratégies expertes et des connaissances disciplinaires affirmées, des phases guidées et des phases autonomes, est une des plus ardues à mettre en œuvre au quotidien. Pourquoi ? Complexité de mise en place dans la classe ? Complexité de mise en place dans l'école ? Complexité pour articuler les niveaux, les cycles et les pratiques pédagogiques des enseignants avec cohérence, sans jamais rogner sur l'exigence que nous devons aux élèves.

## **UN OUTIL MÉTHODOLOGIQUE**

Parce que nous voulons la réussite de tous nos élèves, en les amenant au plus haut niveau de maîtrise des connaissances et compétences mathématiques, nous proposons cet outil méthodologique qui a pour ambition d'aider le professeur à enseigner le plus explicitement possible aux élèves comment résoudre quotidiennement des problèmes arithmétiques. Notre objectif est d'enseigner ces compétences simplement et concrètement, de donner aux élèves les connaissances, les démarches méthodologiques à mettre en œuvre et les stratégies efficaces afin qu'ils puissent à terme résoudre des problèmes de manière autonome et efficace. Dans cette optique, l'élève apprendra d'abord à résoudre de manière guidée et rassurante afin qu'au cours de sa scolarité, il développe progressivement des compétences mathématiques et langagières qui lui permettront d'aborder la difficulté de manière autonome et efficace. Le sens et les stratégies de résolution ne s'en construiront que plus solidement.

## **ACQUÉRIR UNE STRATÉGIE EFFICACE**

Une stratégie efficace, au sens large, permet d'atteindre un but fixé en adaptant ses actions aux contraintes des situations. À l'école ou au collège, dans un problème arithmétique, il s'agira pour nos élèves d'analyser des sources d'informations en faisant émerger l'explicite et l'implicite de la situation tout en rendant visibles les liens qui structurent ces informations. Nos élèves doivent alors apprendre à comprendre un langage porteur d'informations et le traduire mathématiquement.

## **UNE PROGRESSIVITÉ STRUCTURÉE, DU CP À LA 6<sup>e</sup>**

Dans cette tâche complexe qu'est la résolution de problèmes arithmétiques, le dépassement de ces obstacles nécessitera un enseignement progressif et structuré de stratégies efficaces pour faire réussir tous nos élèves. Cette proposition de progressivité structurée des apprentissages nous permet, enseignants, de montrer le « *comment* », d'expliquer le « *pourquoi* », de guider « *pendant* », sur un temps long, de l'école primaire au collège, pour voir nos élèves gagner en réussite et autonomie.

Les trois ouvrages de la collection « Stratèges » proposent un support cohérent et ambitieux, du Cours Préparatoire à la 6<sup>e</sup>, pour développer efficacement et simplement ces stratégies de résolution.

## UN OUTIL QUI RESPECTE LE RYTHME D'APPRENTISSAGE DE CHAQUE ÉLÈVE

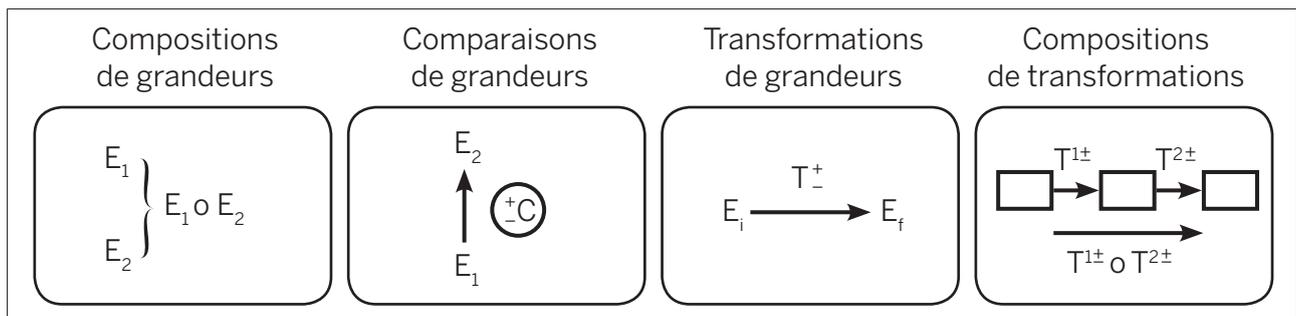
Notre expérience d'enseignants de terrain nous montre que tous nos élèves ont également besoin de temps pour découvrir les concepts, approfondir leurs connaissances, gagner en compréhension de l'abstraction, développer des automatismes et devenir de vrais stratèges en résolution de problèmes. Cet outil a été pensé en ce sens avec nos élèves afin que, dans tous les contextes éducatifs, chaque enseignant-e, chaque équipe, puisse y trouver des réponses pertinentes aux difficultés des élèves.

## UN OUTIL POUR TOUS LES JOURS

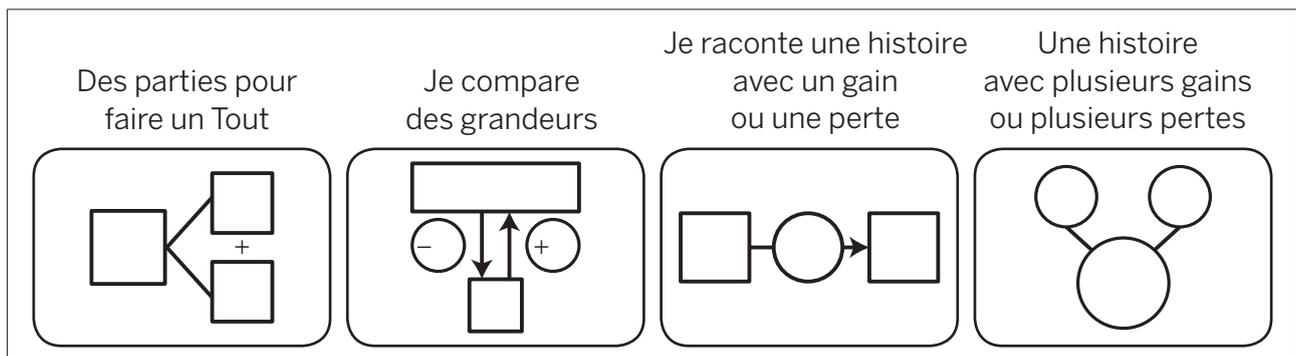
La progressivité proposée est construite à partir d'une pratique quotidienne de la résolution de problèmes auprès d'élèves de tous niveaux et de profils variés. Ainsi, nous aborderons progressivement les structures additives et multiplicatives dès le CP pour les renforcer chaque année. De même, les opérations, les quantités et grandeurs mises en jeu sont abordées pas à pas et précocement pour prendre le temps de les consolider et de développer les connaissances et stratégies des élèves. Cette pratique quotidienne allie des apports théoriques sur la structuration du nombre, sur la modélisation, sur la typologie des problèmes arithmétiques, sur la mise en mémoire et l'explicitation avec la pratique et l'expérience enseignante ancrée dans le réel de la classe.

## DES SCHÉMAS STRUCTURANTS ET SUPPORTS D'EXPLICITATION ORALE

Les schémas que nous utilisons, en plus d'être des intermédiaires structurants entre deux langages qui permettent la traduction d'un énoncé en une équation mathématique, sont des supports d'explicitation puissants pour les élèves et les enseignants. Ces schémas sont initialement basés sur les modèles théoriques de la typologie de G. Vergnaud :



Afin de pouvoir être des aides au quotidien, ces schémas théoriques ont été adaptés afin qu'ils deviennent lisibles, simples et structurants pour l'enseignant. Ils peuvent alors devenir une proposition de support pour accompagner l'élève :



Ces supports facilitent l'engagement dans un dialogue construit et progressif, sur ce que le problème nous dit et sur ce qu'il ne nous dit pas. Ce dialogue d'explicitation professeur-e/élève permet d'enseigner et d'établir avec les élèves les stratégies de résolution optimales pour les problèmes arithmétiques.

Le dialogue d'explicitation se déroule en amont et en aval de l'activité de l'élève. Il s'agit pour l'enseignant, en utilisant le modèle schématique comme support de manipulation et d'explicitation, de guider et de questionner l'élève sur ce qu'il a compris, sur ce qu'il sait, sur les liens entre les éléments du problème et donc sur ce qu'il cherche. Cela afin de l'aider à mettre en place des raisonnements de plus en plus construits et d'établir des stratégies.

Support :

Schéma imprimé sur feuille A3 et plastifié

- Pour écrire au Velleda et se corriger
- Résistant !
- Complète et accompagne le fichier (au début avec les non-lecteurs)

- Explique
- Valide
- Reformule et fait reformuler
- Questionne, etc.



Enseignant

Groupe en cercle pour coopérer plus facilement.

Matériel de manipulation :

- Cubes emboîtables
- Jetons/boîtes
- Barres et cubes en bois
- Réglettes

(Selon le matériel de la classe et les méthodes)

Nous montrons et apprenons à l'élève comment expliquer en le faisant cheminer progressivement :

« Explique-moi le problème : Qu'est-ce que tu peux me dire avec tes mots ? Quelles informations as-tu ? S'est-il passé quelque chose dans ce problème ? Une action ? Que veut-elle dire ? Connais-tu des grandeurs ? Y a-t-il des liens entre ces grandeurs ? Que vas-tu chercher ? Comment penses-tu t'y prendre ? Avec quelle aide si besoin ? »

Entre chacune de ces questions, le dialogue permet de clarifier les connaissances des élèves et les stratégies à mettre en place. L'élève va intérioriser ces questionnements peu à peu.

Durant la validation de son travail, l'élève pourra être amené par l'enseignant à verbaliser ce qu'il vient de produire. Il y a ainsi une double validation : par l'écrit produit par l'élève et par l'oral avec la verbalisation des démarches. L'enseignant valide (ou non) tout en interrogeant l'élève sur ses procédures avec le schéma comme guide de questionnement.

## SIX COMPÉTENCES MISES EN ŒUVRE

Chaque problème de ce fichier permet de travailler tous les domaines de la résolution de problèmes :

- la catégorisation des énoncés,
- la structuration logique du problème,
- la relation entre les nombres,
- la modélisation d'une situation,
- le calcul sur les grandeurs,
- et la production de réponses construites orales et écrites.

## UNE ÉVALUATION POSITIVE DES COMPÉTENCES

La validation des productions de l'élève sera progressive, positive et motivante en rendant toujours visible les réussites. Chaque problème aura plusieurs points de validation : la compréhension de sa construction, sa modélisation, la nature du calcul sous-jacent (est-ce un problème additif ? multiplicatif ?), sa résolution par l'opération adaptée, la production de réponses orales ou écrites. À chaque chapitre est associée une ceinture à colorier qui viendra valider les productions et les réussites des élèves et matérialiser leurs progrès. Cette validation de la réussite est un puissant moteur de la confiance et de l'engagement de tous les élèves. De fait, cet ouvrage est conçu pour les enseignants comme un outil d'aide et d'analyse qui permet de mener, au quotidien, une évaluation continue et précise des productions des élèves. Ceux-ci sauront donc toujours où ils en sont dans leur cheminement.

### **Les ceintures de compétences**

Tout comme F. Oury, l'auteur s'est inspiré de sa longue expérience de judoka. Les ceintures permettent aux enfants de représenter leur réussite et donc leur progression. À chaque chapitre terminé, l'élève colorie la ceinture qu'il vient d'atteindre et qui symbolise sa progression et sa réussite. Les ceintures peuvent aider l'enseignant à mieux gérer l'hétérogénéité de la classe en favorisant la coopération et le tutorat entre une ceinture élevée et un débutant. Avec ce dispositif, les enseignants peuvent, s'ils le souhaitent, mettre en place un affichage des ceintures dans la classe. Avec leurs prénoms comme étiquette, les élèves savent toujours où ils en sont.

## **DES ACTIVITÉS LONGUEMENT TESTÉES DANS PLUSIEURS ÉCOLES**

Cet ouvrage est le fruit d'une longue expérience de terrain :

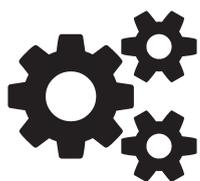
Débuté en 2013 avec quelques classes de Cycle 2, le projet a mobilisé rapidement toutes les classes de l'école au fil des ans et concerne toute l'équipe pédagogique et les 24 classes actuelles. Cela représente plus de 1 350 élèves différents, plus de 2 700 heures de pratique sur tous les niveaux de classe pour l'auteur. Parallèlement à cela, des échanges fréquents entre collègues ont amenés de nombreuses écoles de la circonscription à adopter cette approche. Aujourd'hui, des enseignants, des élèves, des formateurs et des équipes pédagogiques de toutes les académies de France, de métropole et d'outre-mer, utilisent ce support.

Il permet à tous les élèves d'exercer au jour le jour leur vigilance mathématique à mesure que se développent et se renforcent les stratégies de résolution. Cela sans jamais céder sur la construction du sens des opérations et la compréhension fine des énoncés. Le schéma comme support d'explicitation et de construction du sens des opérations permet de bâtir solidement et progressivement, avec les élèves, les stratégies essentielles qui leur seront nécessaires. L'enchaînement raisonné des structures proposées permet de mettre en place pas à pas des automatismes méthodologiques sur lesquels pourront s'appuyer nos élèves pour asseoir leurs compétences. Nous souhaitons que cet ouvrage ambitieux, progressif et exigeant, puisse accompagner quotidiennement vos élèves et les mener comme les nôtres vers la réussite et la passion des mathématiques.

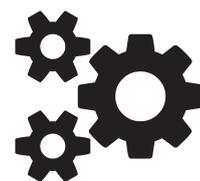
Kevin GUEGUEN

### **COMMENT UTILISER CE FICHER ?**

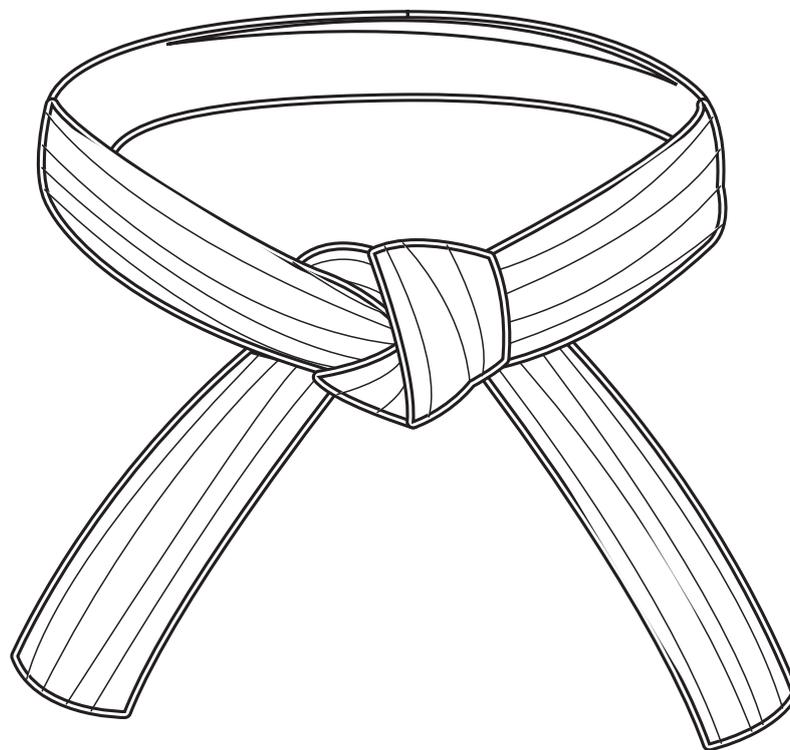
- ➔ Ce fichier peut s'utiliser en parallèle ou en complément des leçons et exercices de mathématiques de l'enseignant. Il viendra renforcer la pratique de classe en offrant une approche méthodologique structurée et un corpus conséquent de problèmes pour travailler de manière très spécifique.
- ➔ Dans un souci d'organisation et d'anticipation, l'enseignant peut proposer à chaque élève un livret individuel correspondant à un chapitre. Selon la progression de chacun, il pourra préparer à l'avance des chapitres pour les plus avancés. Ainsi, l'élève va construire petit à petit un recueil complet de son travail.
- ➔ Les élèves peuvent travailler seuls ou à plusieurs, selon la difficulté proposée et les objectifs de l'enseignant.
- ➔ La régularité est essentielle. Il est possible de prévoir plusieurs séances ritualisées par semaine. Selon les choix pédagogiques des enseignants, ces séances peuvent être organisées en atelier de quelques élèves, en demi-classe ou en classe entière.
- ➔ Deux modes de correction cohabitent : la correction individuelle directe pour cibler avec l'élève les éléments à travailler et étayer son travail, et le bilan de classe pour aborder les réussites et erreurs communes afin de préparer la séance suivante et adapter sa pratique de classe.
- ➔ Des élèves performants iront loin et vite. Ce support modulable le permet et ils finiront eux aussi par se confronter à une difficulté adaptée à leur niveau. L'acquisition de ceintures élevées leur permettra d'aider plus efficacement leurs camarades.



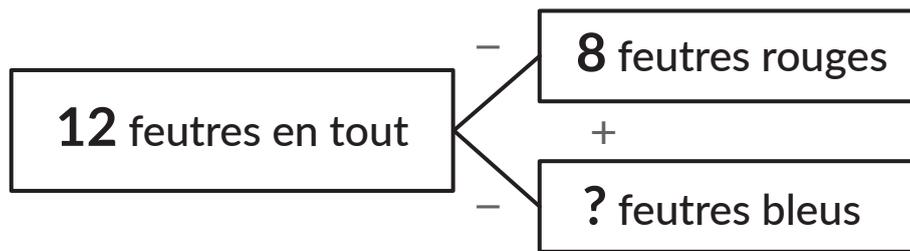
# CHAPITRE 1



## Résolution de problèmes



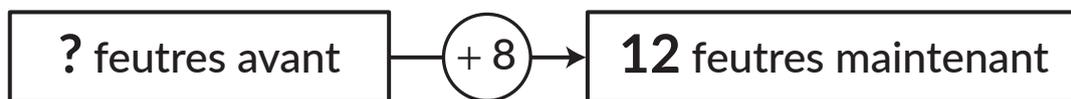
Dans ma trousse, il y a **8 feutres rouges** et **des feutres bleus**.  
 J'ai **12 feutres en tout**. **Combien y a-t-il de feutres bleus ?**



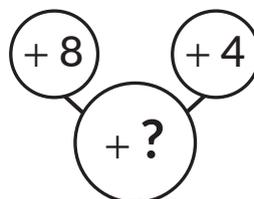
Dans ma trousse, **il y a 8 feutres rouges**.  
 Mon copain en a **4 de plus**. **Combien a-t-il de feutres ?**



Dans ma trousse, **j'ai ajouté 8 feutres rouges** et  
**j'ai 12 feutres maintenant**. **Combien de feutres avais-je avant ?**



Dans ma trousse, **j'ajoute 8 feutres rouges** puis  
**j'ajoute 4 feutres bleus**. **Combien ai-je ajouté de feutres ?**



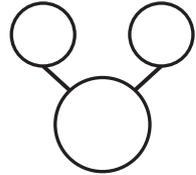
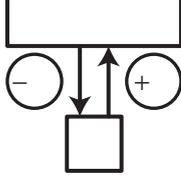
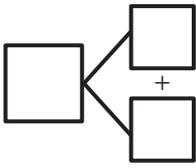
1

Il y a 543 passagers dans un TGV au départ. À la première gare, 124 passagers montent. À la deuxième, 319 descendent.

**Combien y a-t-il de passager à bord du TGV désormais ?  
Combien de passagers a-t-on perdu ?**

+

-



Phrase réponse :

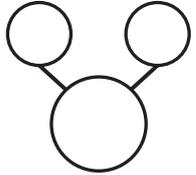
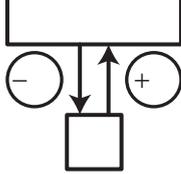
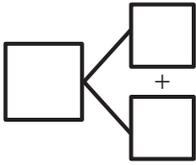
2

La population d'Argenteuil était de 17 375 habitants en 1900. En l'an 2000, elle est de 104 282 habitants.

**De combien d'habitants a-t-elle augmenté en 100 ans ?**

+

-



Phrase réponse :

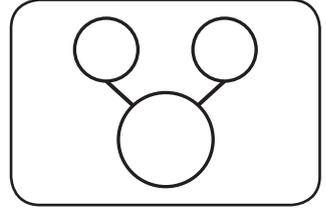
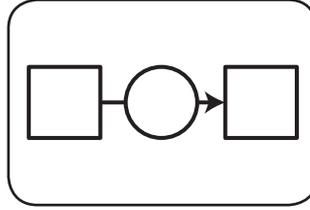
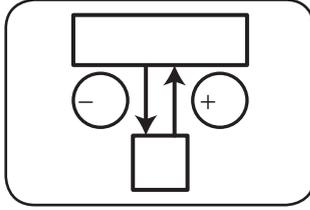
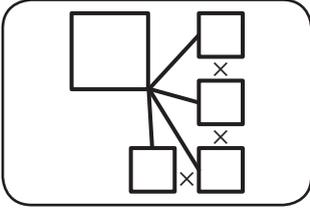
3

Le maître a commandé : des livres à 435,50 €, des paquets de feutres à 156,45 €, une carte du monde à 94,70 € et un aquarium à 127,85 €.

Quel est le montant total de sa commande ?

+

-



Large empty rectangular box for writing the answer.



Phrase réponse :

Grid area for writing the answer phrase.



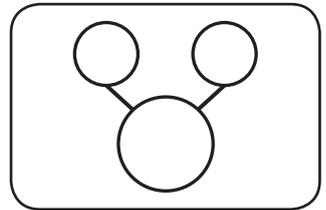
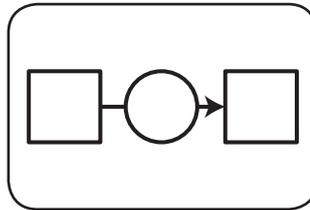
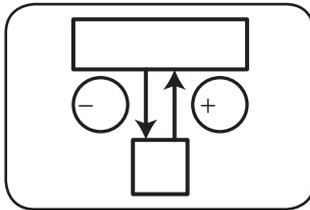
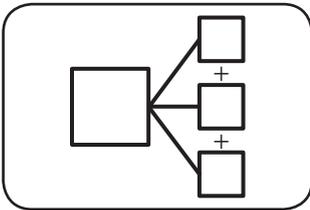
4

Au total, mes achats m'ont coûté 125,34 €. Il y avait un chapeau à 28,35 €, une veste à 47,65 € et des gants à ... €.

Quel est le prix des gants ?

+

-



Large empty rectangular box for writing the answer.



Phrase réponse :

Grid area for writing the answer phrase.



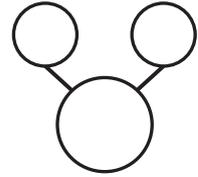
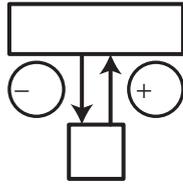
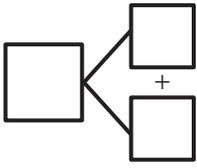
5

Une voiture de course peut rouler à la vitesse de 397 km/h.  
Un avion de chasse peut voler à la vitesse de 2 350 km/h.

**De combien de km/h l'avion est-il plus rapide que la voiture ?**

+

-



Phrase réponse :

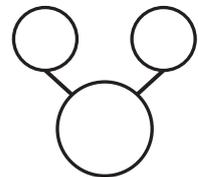
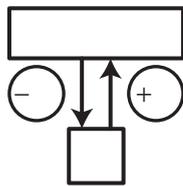
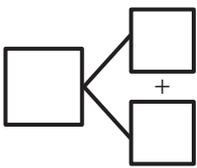
6

Dans une raffinerie de pétrole, une citerne contient  
325 600 litres d'essence.  
Les employés vident 297 800 litres pour remplir des camions.

**Combien reste-t-il d'essence dans la citerne ?**

+

-



Phrase réponse :

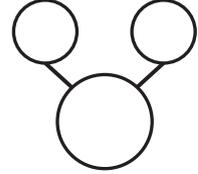
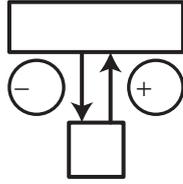
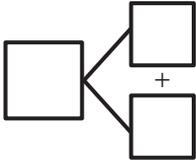
7

En faisant mes comptes je remarque que j'ai dépensé 487,35 € aujourd'hui. Ce matin j'avais dépensé 158,75 €.

Combien ai-je dépensé cet après-midi ?

+

-



Large empty rectangular box for drawing or working out the problem.

Phrase réponse :

Grid area for writing the answer.

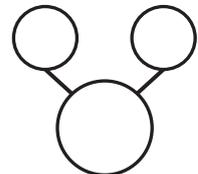
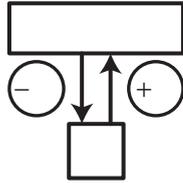
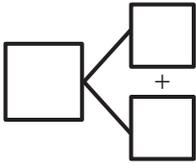
8

Il y a actuellement 12 563 étudiants à l'université. 4 863 étudiants ont quitté l'université depuis la rentrée.

Combien y avait-il d'étudiants au début de l'année ?

+

-



Large empty rectangular box for drawing or working out the problem.

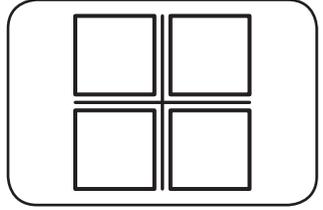
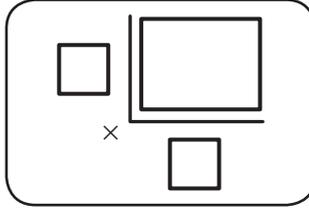
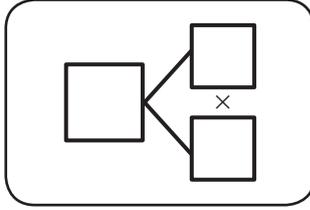
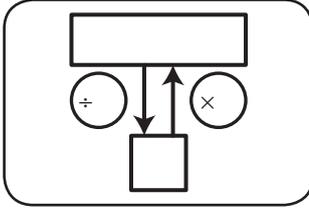
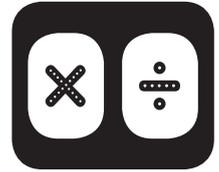
Phrase réponse :

Grid area for writing the answer.

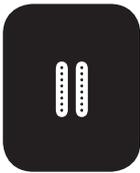


Un terrain de football a une aire de  $6\,825\text{ m}^2$ .  
Sa longueur est de  $105\text{ m}$ .

**Quelle est sa largeur ?**

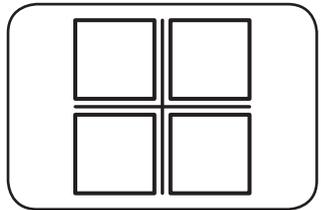
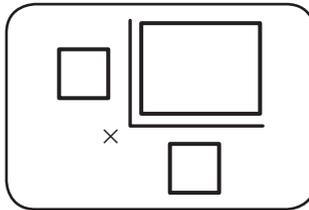
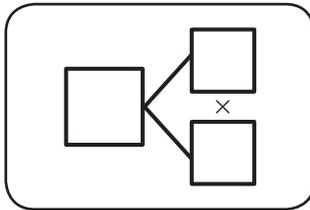
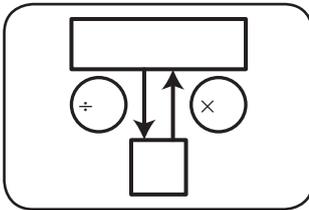
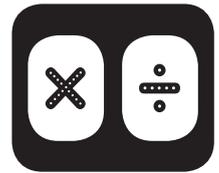


Phrase réponse :



Un appartement parisien est proposé avec un loyer de  $1\,230,50\text{ €}$   
par mois.

**Combien paiera-t-on pour une location de 18 mois ?**

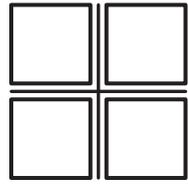
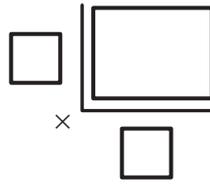
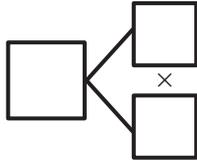
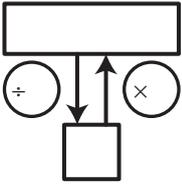


Phrase réponse :





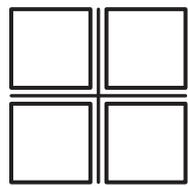
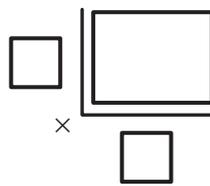
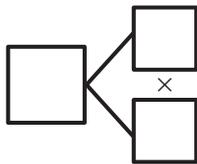
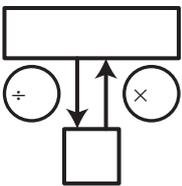
Un lac à une superficie de 44 100 m<sup>2</sup>.  
 Non loin de là, il y a un étang qui a une superficie de 980 m<sup>2</sup>.  
**Cet étang est combien de fois moins grand que ce lac ?**



Phrase réponse :



Il y a 425 élèves dans l'école. Les maitres et maitresses veulent partager les élèves équitablement pour avoir 25 élèves par classe.  
**Combien y a-t-il de classes ?**



Phrase réponse :

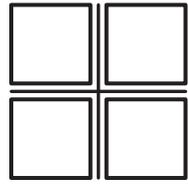
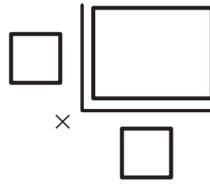
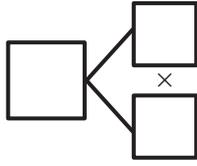
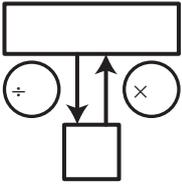




VII

Pour approvisionner les véhicules d'une petite île, un bateau de marchandises transporte 547 petits barils de 86 litres chacun.

**Combien de litres de carburant transporte le bateau de marchandises ?**

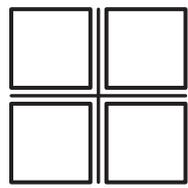
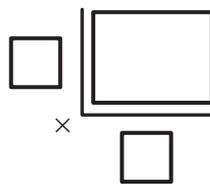
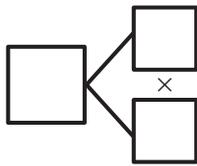
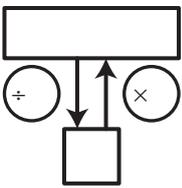


Phrase réponse :

VIII

Je possède 7 vestes, 5 pantalons, 4 T-shirts et des casquettes. Je peux m'habiller de 1 260 façons différentes.

**Combien de casquettes ai-je ?**



Phrase réponse :