



quadrillé, ligné, pointé, etc.), à l'aide de divers instruments comme bande de papier, compas, gabarits d'angles, équerre, etc., et à s'approprier ainsi certaines propriétés de ces figures. Or, pour les figures qui comportent des angles droits, il serait contradictoire d'utiliser ces instruments sur support structuré. Mais de plus, un tel support présente l'inconvénient d'imposer aux constructions une orientation. Par exemple, pour tracer un triangle, les élèves ont tendance à tracer le premier côté sur une des lignes du quadrillage : le triangle acquiert alors une orientation (il a un « haut » et un « bas »), ce qui contrarie l'acquisition de notions comme celle de sommet (un sommet d'un triangle n'est pas toujours « en haut ») ou de côté (un côté n'est pas toujours sur le côté). Plus généralement, le tracé sur quadrillage gêne cette perception souple qui permet par exemple, après avoir effectué une rotation mentale, de déclarer identiques deux figures, bien qu'elles soient orientées différemment dans la feuille.

## 7. Une animation individualisée des PAC

Les deux pages suivantes sont consacrées à une présentation détaillée des activités proposées dans ces séquences particulières (qui reviennent en moyenne toutes les huit séquences) et à des conseils pour les conduire.

### Les Problèmes pour apprendre à chercher (PAC) : mode d'emploi

#### Pourquoi des PAC ?

Rappelons que, dans *J'apprends les maths CM1*, l'ensemble de la progression donne lieu à deux sortes de séquences :  
 – des séquences où les enfants acquièrent des savoir-faire fondamentaux en arithmétique et en géométrie ;  
 – des séquences appelées « Problèmes pour apprendre à chercher » (PAC) qui reviennent en moyenne toutes les huit séquences.

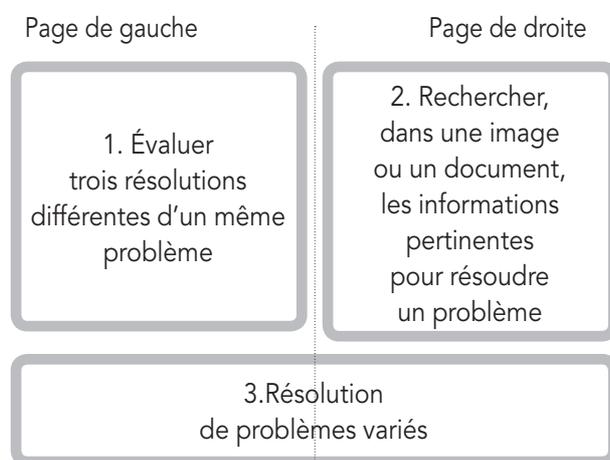
Cette seconde sorte de séquences a deux grandes fonctions :  
 1°) Permettre aux élèves de rencontrer une grande diversité de problèmes. La résolution de problèmes dans le cadre des activités mathématiques à l'école s'inscrit ainsi dans la continuité de l'expérience quotidienne. Si les enfants n'ont pas eux-mêmes rencontré directement ces problèmes hors de l'école, ils pourront évoquer ces situations et se donneront ainsi une connaissance plus riche des « mathématiques du quotidien ». Par exemple, au CM1, ils apprendront à résoudre des problèmes dits de division, dès le début de l'année, bien avant d'avoir étudié ou revu cette opération. Au moment où la division sera enseignée explicitement, ils n'auront pas tout à découvrir d'un coup. Dans ces PAC, ils auront aussi l'occasion d'acquérir ou de mieux comprendre des expressions spécifiques des énoncés mathématiques, comme « à 37 € l'unité », « 3 fois moins que... », « le quart de la longueur », etc.

2°) Donner l'occasion de réinvestir, dans la résolution de ces problèmes, les connaissances acquises au cours de la première sorte de séquences.

Pour les problèmes faciles (par exemple un retrait pour la soustraction ou un partage pour la division), ce réinvestissement se fera à peu près au même moment pour la plupart des élèves, tandis que, pour les problèmes plus difficiles, il se fera dans des temps très différents. C'est notamment le cas des problèmes où l'usage de l'opération arithmétique experte ne découle pas naturellement et immédiatement de la compréhension de la situation décrite dans l'énoncé. Par exemple, pour la soustraction, il en va ainsi des problèmes de recherche de la valeur d'un ajout : l'énoncé décrit une quantité qui s'accroît, mais il faut calculer une soustraction. De même pour la division, les problèmes de recherche du nombre de groupements réitérés (« division-quotition ») décrivent une quantité qui est réitérée, comme dans les problèmes de multiplication, mais il faut calculer une division. Un tel réinvestissement des connaissances arithmétiques ne va pas de soi (sur tous ces points, voir *Présentation*, chapitre 1). Ainsi, aussitôt que le signe « : » aura été introduit, certains élèves réinvestiront l'opération même pour résoudre les problèmes difficiles de division. Mais d'autres continueront à utiliser des encadrements par des multiples, des additions ou des soustractions réitérées, voire des schématisations, et il est très important d'autoriser ces différents modes de résolution (voir *Présentation*, chapitre 2) et de ne pas exiger d'emblée une résolution au niveau le plus expert. On notera tout aussi positivement une résolution par un schéma, par une addition réitérée ou par une multiplication à trou qu'une utilisation directe de la division.

#### Quelles activités dans les PAC ?

Dans chaque double page, trois types d'activités sont proposées à chaque fois :



- Dans le premier type d'activité (en haut de la page de gauche), les élèves sont confrontés à un problème déjà résolu par trois enfants (Mélanie, Cécile et Sébastien), selon trois modalités différentes. Les élèves enrichissent ainsi leur répertoire de stratégies pour résoudre des problèmes : schématisations, résolutions aux deuxième et troisième niveau (voir *Présentation*, chapitre 1).

Souvent, une ou deux de ces résolutions sont fausses. Ils doivent les analyser pour déterminer lesquelles correspondent effectivement à la situation. Il leur est également demandé de justifier leur choix. C'est un moment important pour

provoquer des discussions et amener les enfants à développer leur capacité à argumenter. Cette partie de la tâche est la plus difficile. Même quand l'erreur est repérée, il n'est pas possible d'exiger de tous les enfants des formulations écrites claires. Certains savent que telle solution est fautive parce qu'ils ont résolu le problème et ne trouvent pas la même réponse. Il leur est difficile de rentrer dans le raisonnement de l'enfant qui s'est trompé. D'autres pourront le faire, mais leurs formulations seront souvent maladroites ou imprécises. Il y a deux manières d'aider les enfants :

- leur permettre d'avoir des échanges oraux sur ces solutions ; on peut considérer que, dans les premiers temps, cette partie de la tâche commence collectivement ;
- pour aider à comprendre les erreurs proposées, on peut demander de chercher à quel problème pourrait correspondre la solution erronée, par exemple : la solution de Mélanie conviendrait si on cherchait...

Cette activité est aussi l'occasion de comprendre des expressions appartenant au langage des énoncés de problèmes, comme « à 20 € l'unité », « de plus que », « 4 fois moins long », « un rabais de 75 € par objet » ...

- Dans le deuxième type d'activité (en haut de la page de droite), les élèves doivent prélever dans une image ou un document les informations pertinentes pour résoudre un problème. C'est aussi l'occasion de fréquenter ou de découvrir divers types de représentations mathématiques ou techniques : graphiques, tableaux à double entrée, de nombres, de distances, etc.
- Dans le troisième type d'activité (en bas des deux pages), les enfants doivent résoudre des problèmes énoncés de manière classique. Comme ces problèmes sont variés, les élèves doivent à chaque fois élaborer la solution à partir d'un effort de compréhension de l'énoncé. Il leur est laissée une totale liberté pour choisir leur stratégie pour chaque problème.

## Comment animer les PAC ?

À terme, dans un PAC, les élèves doivent pouvoir travailler de manière autonome sur leur livre et sur un cahier personnel réservé à la résolution de problèmes (qui leur sera donné dès le premier PAC). Le fait que les trois mêmes types d'activités reviennent dans chaque double page favorisera une autonomie progressive des élèves. Ces activités sont déjà familières aux élèves qui ont utilisé *J'apprends les maths CE2*. Ils seront donc rapidement autonomes. Les autres auront besoin d'un guidage lors des premières séquences, après lesquelles ils sauront quel travail il faut faire dans chaque type d'activité. Progressivement, eux aussi deviendront autonomes. Cela signifie-t-il que l'enseignant devra, à ce moment, s'abstenir d'intervenir ?

### Trois modes d'intervention resteront utiles :

1°) Au cours de l'activité, son intervention se fera « à la demande » pour aider individuellement tels élèves (en particulier les faibles lecteurs) à comprendre tel énoncé, ou tel document, voire collectivement lorsqu'une difficulté de compréhension se manifeste pour une majorité d'élèves. Le plaisir de chercher par soi-même ne doit pas être gâché par

une intervention trop présente de l'enseignant, ni par des difficultés qui paraissent à tel moment insurmontables aux enfants et sont susceptibles de les décourager.

2°) Au cours de l'activité encore, l'enseignant pourra aider individuellement les élèves à progresser dans la mise en œuvre des procédures de résolution. Il est essentiel de distinguer deux types d'intervention :

- a) l'enfant a déjà résolu le problème, par un schéma par exemple ; si l'enseignant juge que l'enfant en est capable, il pourra solliciter la production d'une égalité ; cette égalité n'utilisera pas nécessairement l'opération la plus experte ; en tout cas, ce n'est pas la même chose que de demander une résolution directe par une égalité ;
- b) l'enseignant prend le risque d'interrompre le raisonnement d'un enfant qui s'engage dans une schématisation parce qu'il le juge capable de résoudre ce problème à un niveau de procédure plus élaboré (par une opération par exemple). Ce n'est qu'avec précaution qu'on interviendra de cette manière (cf. *Présentation* chapitre 2).

3°) À la fin de l'activité, l'enseignant organisera une mise en commun. Celle-ci joue un rôle important dans l'apprentissage parce qu'elle permet de comparer les différentes stratégies utilisées pour chaque problème et de confirmer les solutions. On permet ainsi aux enfants d'analyser ce que ces stratégies ont de commun et d'établir des ponts entre elles. Là encore, on se gardera de trop valoriser l'emploi des procédures les plus élaborées, et notamment le fait d'avoir trouvé « la bonne opération ».

### Quelle évaluation ?

Il convient de distinguer l'évaluation que l'enseignant fait, pour son propre compte, du progrès de chaque élève, et l'image qu'il lui renvoie de son travail et qui peut prendre, par exemple, la forme d'une note, notamment lors des bilans. Quant au premier type d'évaluation, l'enseignant est évidemment attentif à la façon dont l'enfant résout les problèmes, particulièrement les problèmes difficiles : entre-t-il dans la résolution en cherchant d'abord à comprendre l'énoncé, a-t-il besoin de recourir à des schématisations (1<sup>er</sup> niveau), à des opérations qui simulent la situation (2<sup>e</sup> niveau) ou bien accède-t-il d'emblée à la résolution experte (3<sup>e</sup> niveau) ? Y a-t-il des signes qui permettent d'attendre des progrès prochains ? Quant au second type d'évaluation, rappelons que nous recommandons de noter tout aussi positivement une résolution par un schéma qu'une autre où l'enfant a utilisé une écriture arithmétique. Il est trop tôt, à ce niveau de la scolarité, pour être normatif quant aux procédures de résolution adoptées par les élèves.

### Activités complémentaires aux PAC

À différents moments de l'année, des élèves se révéleront capables d'un travail de réflexion et de classification sur différents problèmes de soustraction ou de division. L'enseignant pourra commencer avec eux un travail par groupe ou individuel comme celui que nous décrivons ci-dessous, en prenant l'exemple de la soustraction.

## Quels enfants un tel travail peut-il concerner ?

Il s'agit de ceux qui, dans un PAC, ont résolu, en utilisant spontanément une soustraction, un problème comportant un « conflit entre l'économie de la représentation et celle du calcul » (voir cette notion chapitre 2 de la *Présentation*). Par exemple : *Pierre a 7 timbres. Sophie en a 106. Pierre veut en avoir autant que Sophie. De combien de timbres Pierre doit-il augmenter sa collection ?* Ce problème décrit un ajout, mais il est plus économique de retirer 7 de 106 que de parcourir la distance de 7 à 106.

## Quelles activités leur proposer ?

On fait lire à ces élèves 4 problèmes comme ceux-ci :

- *Un jardinier a planté 42 tulipes jaunes et 3 tulipes rouges. Combien a-t-il planté de tulipes ?*
- *Un jardinier a planté 61 tulipes jaunes et 4 tulipes rouges. Combien doit-il planter de tulipes rouges pour qu'il y ait le même nombre de rouges et de jaunes ?*
- *Pour son anniversaire, Lise a invité 31 filles et 3 garçons. Combien d'enfants a-t-elle invités ?*
- *Dans un bal, il y a 23 filles et 4 garçons. Combien de garçons faut-il aller chercher pour qu'il y ait autant de garçons que de filles ?*

On leur demande d'identifier les problèmes d'addition et les problèmes de soustraction. La réussite doit être quasi totale. On leur propose ensuite de rédiger un problème de soustraction et un d'addition avec des données comme celles-ci : « *Dans un parc, il y a 81 chênes et 4 sapins* ». Les élèves peuvent ainsi être conduits à construire des énoncés où l'on cherche ce qui manque à une quantité pour égaler une autre, et à comprendre pourquoi ces problèmes se résolvent par une soustraction (pour qu'il y ait autant de sapins que de chênes, il faut planter 81 sapins moins les 4 déjà plantés). Il faut bien entendu poursuivre en considérant des cas numériques moins particuliers, par exemple : « *Sur la table d'un banquet, il y a 72 grandes assiettes et 34 assiettes à dessert* », où l'enfant sera amené à choisir la soustraction parce qu'il aura reconnu, indépendamment des valeurs numériques, un problème de la catégorie « problèmes de soustraction ».

Ce travail de catégorisation diffère des séances du livre de l'élève où, pour une même opération comme la soustraction, les enfants apprennent qu'elle permet de résoudre des problèmes dont les questions varient : par exemple, « combien de moins... », « ... de plus... », « ... manque-t-il... », etc. (voir par exemple sq 28).

## Remarques sur l'usage de la calculette

Dans *J'apprends les maths CM1*, nous proposons l'usage de la calculette pour introduire les écritures « avec virgule » des nombres décimaux (sq 90, 93 et 95).

Par ailleurs, dans une séquence « hors progression » (pages 158-159 du livre de l'élève), nous proposons une

suite d'activités conduisant à la compréhension du fonctionnement de la mémoire d'une calculette. Cette séquence est importante parce que, vraisemblablement pour la première fois de leur scolarité, les élèves sont conduits à utiliser un système électronique dont l'usage repose sur une planification du type de celles que requièrent les systèmes informatiques. Nous voudrions enfin mettre ici en garde l'enseignant contre un usage imprudent de la calculette, qui consisterait à y recourir de façon banale, notamment dans deux contextes, la vérification de calculs et la résolution de problèmes.

### a) Contexte de la vérification de calculs

L'usage pédagogique de la calculette est d'autant plus problématique que les élèves ont moins de connaissances arithmétiques.

Si, par exemple, ils ont besoin de vérifier le résultat d'opérations calculées oralement ou par écrit, dans un domaine du calcul où leurs connaissances ne sont pas encore très sûres, il est selon nous préférable de les ramener à d'autres techniques (calcul par le dessin d'un matériel de numération, décompositions, preuve de la soustraction, preuve de la division, etc.). Dans ce cas en effet, la vérification est facteur de compréhension et favorise la consolidation des connaissances numériques.

### b) Contexte de la résolution de problèmes

Les inconvénients y sont peut-être plus importants encore. Considérons le problème suivant :

*Hélène a 264 timbres et Lisa en a 291. De combien de timbres Hélène doit-elle augmenter sa collection pour en avoir autant que Lisa ?*

L'enfant qui veut résoudre ce problème avec la calculette est obligé de se demander : « Quelle opération faut-il faire ? Sur quelle touche faut-il appuyer, la +, la -, la ×, la ÷ ? ». Cet instrument exige de lui qu'il fonctionne au niveau le plus expert, au 3<sup>e</sup> niveau (voir *Présentation*, chapitre 1). Or s'il raisonne comme suit : « Hélène doit avoir plus de timbres, il faut lui en ajouter, c'est donc une addition », il est conduit à une erreur qu'il risque de ne pas pouvoir interpréter. La calculette lui interdit des stratégies plus accessibles comme une schématisation ou une addition à trou. Utilisée ainsi, elle joue le même rôle que le geste pédagogique dont nous avons montré, dans la *Présentation* (chapitre 2), les effets néfastes sur l'apprentissage de la résolution de problèmes.

Certains disent aussi que l'usage de la calculette permet d'éviter une « surcharge cognitive » qui expliquerait un grand nombre d'erreurs. C'est penser que, dans la résolution d'un problème numérique, la représentation de la situation, la catégorisation (c'est un problème du même type que...) et le calcul s'enchaînent sans interagir, de façon « modulaire ». C'est penser qu'il ne peut y avoir d'interaction entre l'économie de la représentation et celle du calcul. Or nous avons montré, dans les chapitres 2 à 4 de la *Présentation*, que cette interaction pouvait constituer un facteur d'apprentissage.